МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62.752; 621.534; 629.4.015 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-38-44

Динамическое гашение колебаний при введении дополнительных связей и внешних воздействий*

С. В. Елисеев[1], А. С. Миронов[2], К. Ч. Выонг[3]**
[1,2,3] Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

Dynamic damping under introduction of additional couplings and external actions***

S. V. Eliseev[1], A. S. Mironov[2], Quang Truc Vuong[3]**
[1,2,3] Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation

Введение. Рассматриваются особенности динамических взаимодействий в механических колебательных системах, в структуре которых имеются дополнительные связи. Практически такие ситуации возникают при использовании в формировании технических объектов различных дополнительных механизмов и устройств для преобразования движения. Цель исследования заключается в разработке метода построения математических моделей в задачах динамики механических колебательных систем с дополнительными устройствами и особенностями в системе внешних возмущающих факторов.
Методы, используемые для исследования свойств систем и изучения динамических эффектов, основаны на идеях структурного математического моделирования. Полагается, что механической колебательной системе, рассматриваемой в качестве расчетной схемы технического объекта, можно сопоставить эквивалентную в динамическом отношении систему автоматического управления. Используется математический аппарат теории автоматического управления.
Результаты исследования. Разработан метод построения математических моделей. Получены необходимые аналитические соотношения для построения частотных диаграмм колебательных систем, позволяющие сформировать методологическую основу для интегральной оценки и сравнительного анализа свойств исходных систем в различных динамических состояниях. Проведены исследования динамических свойств систем с двумя степенями свободы в рамках вычислительного моделирования. Доказаны возможности реализации в механических колебательных системах режимов динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам при совместном действии двух синфазных кинематических возмущений.
Обсуждение и заключения. Отмечены возможности проявления новых динамических эффектов, которые связаны с изменением структуры системы при

Introduction. The dynamic interaction features in mechanical oscillating systems, whose structure includes additional couplings, are considered. In practice, such cases occur when using various optional mechanisms and motion translation devices under the formation of technical objects. The study objective is to develop a method for constructing mathematical models in the problems of dynamics of the mechanical oscillating systems with optional devices and features in the system of external disturbing factors.
Materials and Methods. The techniques used to study properties of the systems and the dynamic effects are based on the ideas of structural mathematical modeling. It is believed that the mechanical oscillating system, considered as a design model of a technical object, can be compared to the dynamically equivalent automatic control system. The mathematical apparatus of the automatic control theory is used.
Research Results. A method for constructing mathematical models is developed. The essential analytical relations for plotting oscillating systems are obtained, which enable to form a methodological basis for the integral estimation and comparative analysis of the initial system properties in various dynamic states. Dynamic properties of the two-degree-of-freedom systems within the framework of the computer simulation are investigated. The implementability of dynamic oscillation damping mode simultaneously in two coordinates with the joint action of two in-phase kinematic perturbations in the mechanical oscillating systems is shown.
Discussion and Conclusions. The possibilities of new dynamic effects, which are associated with the change in the system structure under certain forms of dynamic interactions, are



* Работа выполнена в рамках инцитивной НИР.
** E-mail: eliseev_s@inbox.ru, art.s.mironov@mail.ru, trucvq1990@gmail.com
*** The research is done within the frame of independent R&D.

определенных формах динамических взаимодействий. Работа представляет интерес для специалистов в области динамики машин, робототехники, мехатроники, нано- и мезомеханики.

noted. The study is of interest to experts in machine dynamics, robotics, mechatronics, nano and mesomechanics.

Ключевые слова: структурные схемы,передаточные функции, частотные диаграммы, динамическое гашение колебаний, дополнительные связи, совместные взаимодействия.

Keywords: structure diagrams, transfer functions,frequency plots, dynamic damping, additional couplings, joint interactions.

Образец для цитирования: Елисеев, С. В. Динамическое гашение колебаний при введении дополнительных связей и внешних воздействий / С. В. Елисеев, А. С. Миронов, К. Ч. Выонг // Вестник гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 1. — С. 38–44. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-38-44

For citation: S.V. Eliseev, et al. Dynamic damping under introduction of additional couplings and external actions. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 38–44. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-1-38-44

Введение. Динамическое гашение колебаний достаточно широко применяется на практике для изменения состояний технических объектов и локального влияния на формы взаимодействия элементов механических колебательных систем. В работах [1–3] рассмотрены особенности подходов к реализации режимов динамического гашения колебаний, предложены варианты конструктивно-технических решений и технологии расчета параметров систем.

Разнообразие задач динамики предопределяет широкую вариативность предлагаемых решений, в рамках которых учитываются динамические особенности защищаемых объектов, условия внешних возмущений исходной системы и конструктивно-технические режимы динамического гашения колебаний [4–8].

Динамическое гашение колебаний находит применение в задачах защиты приборного оборудования и аппаратуры [9, 10]. Однако в постановках задач исследования и расчета параметров динамических гасителей колебаний некоторые аспекты оценки динамических свойств систем вибрационной защиты не получили должного уровня и детализации представлений. Это может быть связано с введением и использованием дополнительных связей, учетом особенностей внешних воздействий, а также с учетом влияния одновременного совместного действия нескольких внешних возмущающих факторов.

В настоящей работе развивается метод построения математических моделей и формирования эффектов динамического гашения колебаний в цепных механических колебательных системах с двумя степенями свободы.

I. Некоторые общие положения. Исходная система приведена на рис. 1 и представляет собой два инерционных элемента m_1 и m_2, которые связаны между собой упругими элементами с жесткостями k_1, k_2, k_3 и дополнительными связями в виде устройств для преобразования движения (УПД) с приведенными массами L_1, L_2, L_3. Система совершает малые колебания под действием внешних синфазных гармонических воздействий. Силы сопротивления не учитываются.

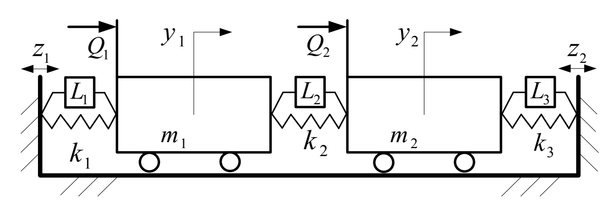


Рис. 1. Принципиальная схема технического объекта в виде системы с двумя степенями свободы с сосредоточенными параметрами

Для описания движения используется система координат y_1, y_2 в неподвижном базисе. Полагаем, что кинетическая и потенциальная энергии системы определяются выражениями:

$$\mathrm{T} = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}L_1(\dot{y}_1 - \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}L_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}L_3(\dot{y}_2 - \dot{z}_2)^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_2 - z_2)^2. \quad (2)$$

Система дифференциальных уравнений движения системы во временной области получена на основе формализма уравнений Лагранжа 2-го рода и имеет вид:

$$(m_1 + L_1 + L_2)\ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2) - \ddot{y}_2L_2 - k_2y_2 = L_1\ddot{z}_1 + k_1z_1 + Q_1, \quad (3)$$

$$(m_2+L_2+L_3)\ddot{y}_2+y_2(k_2+k_3)-\ddot{y}_1L_2-k_2y_1=L_3\ddot{z}_2+k_3z_2+Q_2. \quad (4)$$

После преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях [11] система уравнений (3)–(4) может быть представлена структурной математической моделью в виде схемы, эквивалентной в динамическом отношении системе автоматического управления [12, 13], продемонстрированной на рис. 2.

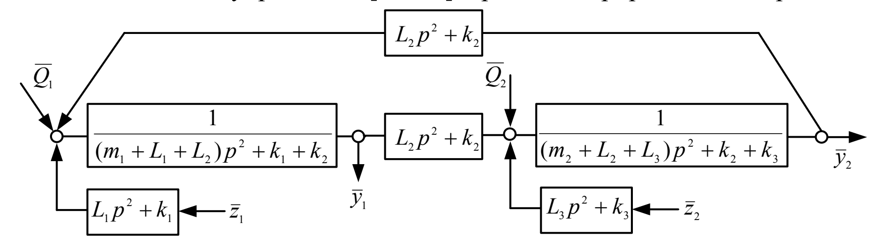


Рис. 2. Структурная математическая модель механической системы, приведенной на рис. 1

II. Построение математических моделей. Вид передаточных функций зависит от природы внешних возмущений, то есть от того, будут ли возмущения силовыми ($\bar{Q}_1$ и $\bar{Q}_2$) или кинематическими ($\bar{z}_1$ и $\bar{z}_2$). В дальнейшем полагаем, что силовые внешние воздействия $\bar{Q}_1$ и $\bar{Q}_2$ имеют связность, определяемую соотношением

$$\bar{Q}_2=\alpha\cdot\bar{Q}_1, \quad (5)$$

где α — коэффициент связности внешних синфазных гармонических воздействий.

Для кинематических воздействий $\bar{z}_1$ и $\bar{z}_2$ принимается, что

$$\bar{z}_2=\beta\cdot\bar{z}_1, \quad (6)$$

где β — коэффициент связности кинематических возмущений.

Коэффициенты связности α и β могут иметь положительные, отрицательные и нулевые значения. Обнуляя α и β соответствующим образом, можно рассмотреть частные случаи действия внешних возмущений.

1. Рассматривается случай совместного силового возмущения при $\beta\neq 0$ ($\bar{Q}_1=0$ и $\bar{Q}_2=0$). Передаточные функции системы в этом случае принимают вид:

$$\underset{\bar{Q}_1=\bar{Q}_2=0}{W_1(p)}=\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}=\frac{(L_1p^2+k_1)[(m_2+L_2+L_3)p^2+k_2+k_3]+\beta(L_3p^2+k_3)(L_2p^2+k_2)}{A(p)}, \quad (7)$$

$$\underset{\bar{Q}_1=\bar{Q}_2=0}{W_2(p)}=\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}=\frac{\beta(L_3p^2+k_3)[(m_1+L_1+L_2)p^2+k_1+k_2]+(L_1p^2+k_1)(L_2p^2+k_2)}{A(p)}, \quad (8)$$

где

$$A(p)=[(m_1+L_1+L_2)p^2+k_1+k_2]\cdot[(m_2+L_2+L_3)p^2+k_2+k_3]-(L_2p^2+k_2)^2 \quad (9)$$

— частотное характеристическое уравнение системы.

При рассмотрении передаточных функций (7), (8) принимается, что режим динамического гашения колебаний определяется условиями обнуления числителей (7), (8). По координате $\bar{y}_1$ возможно появление двух частот динамического гашения колебаний. По координате $\bar{y}_2$ также возможна реализация двух режимов динамического гашения колебаний в силу возможного существования корней биквадратного частотного уравнения.

Полагая, что изменяемым фактором является β (коэффициент связности), можно построить частотную диаграмму, имея в виду следующие частоты:

1. парциальные частоты:

$$n_1^2=\frac{k_1+k_2}{m_1+L_1+L_2}, \quad (10)$$

$$n_2^2=\frac{k_2+k_3}{m_2+L_2+L_3}; \quad (11)$$

2. критическая частота межпарциальной связи:

$$n_{\text{пар}}^2=\frac{k_2}{L_2}; \quad (12)$$

3. частоты динамического гашения колебаний, определяющиеся из решения уравнений по координате $\bar{y}_1$:

$$p^4[L_1(m_2+L_2+L_3)+\beta L_2 L_3]+p^2[L_1(k_2+k_3)+k_1(m_2+L_2+L_3)+\beta(k_3 L_2+k_2 L_3)]+ \\ +k_1(k_2+k_3)+\beta k_2 k_3=0; \qquad (13)$$

и по координате $\bar{y}_2$:

$$p^4[\beta L_3(m_1+L_1+L_2)+L_1 L_2]+p^2[\beta L_3(k_1+k_2)+\beta k_3(m_1+L_1+L_2)+k_1 L_2+k_2 L_1]+ \\ +\beta k_3(k_1+k_2)+k_1 k_2=0. \qquad (14)$$

Для построения частотной диаграммы принимаются следующие параметры модельной задачи: m_1 = 10 кг; m_2 = 10 кг; k_1 = 5000 Н/м; k_2 = 10000 Н/м; k_3 = 15000 Н/м; L_1 = 5 кг; L_2 = 10 кг; L_3 = 10 кг.

Режимы динамического гашения колебаний по координатам $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ определяются не только параметрами упруго-инерционных элементов, но и спецификой формирования внешних воздействий, в частности, влияние может быть оказано величиной коэффициента связности.

Из уравнений (13), (14) могут быть найдены соответствующие частоты динамического гашения колебаний, отображающие тот факт, что по каждой из координат $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ может быть найдено по две частоты динамического гашения колебаний. Величины частот, как это следует из (13)–(14), зависят от значения коэффициента связности кинематических возмущений β. На рис. 3 приведена частотная диаграмма системы.

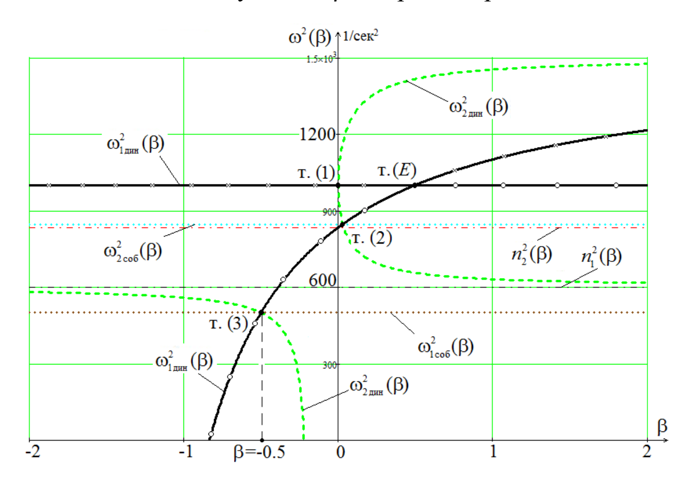


Рис. 3. Частотная диаграмма системы, изображенной на рис. 1

На диаграмме сплошная линия (———) соответствует графику зависимости $\omega^2_{1\,дин}(\beta)$. Поскольку частотные уравнения (13)–(14) являются биквадратными, то каждое из уравнений имеет по два корня. Это отображается двумя графиками. Для графика зависимости $\omega^2_{1\,дин}(\beta)$ сплошная линия помечена специальными значками (×××), а для второго корня — соответственно (∘∘∘∘); графики зависимостей $\omega^2_{1\,дин}(\beta)$ соприкасаются в т. (E).

В свою очередь, графики зависимостей $\omega^2_{2\,дин}(\beta)$ представлены штриховыми линиями (— — —). График зависимости $\omega^2_{2\,дин}(\beta)$ состоит из двух не соприкасающихся блоков. Взаимные пересечения графиков зависимостей $\omega^2_{1\,дин}(\beta)$ и $\omega^2_{2\,дин}(\beta)$ происходят в тт. (1), (2), (3). Каждая из рассматриваемых точек определяет особенности амплитудно-частотных характеристик, связанных с проявлениями особенностей режимов динамического гашения колебаний.

В обычной постановке исследования задач динамического гашения колебаний, то есть при действии одиночного возмущающего фактора, соотнесенного с определенной координатой, в системе с двумя степенями свободы определяется одна частота динамического гашения колебаний. Такая частота определяется значениями парциальной частоты того блока системы, движение которого демонстрирует динамическое гашение колебаний (то есть «обнуление» значения соответствующей координаты).

При действии нескольких одновременных возмущений становится возможным реализация, в целом для системы, двух режимов динамического гашения колебаний по каждой из координат. При введении в систему дополнительных связей, в частности, на основе устройств для преобразования движения (УПД), проявляются специфические свойства, когда становится возможным динамическое гашение колебаний одновременно по двум координатам.

III. Сравнительный анализ динамических свойств систем в режимах динамического гашения колебаний.

1. На рис. 4 приводятся амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы, которые проявляются в условиях, соответствующих пересечению графиков $\omega^2_{1\,\text{дин}}(\beta)$ и $\omega^2_{2\,\text{дин}}(\beta)$ в т. (1) на рис. 3. Пересечение соответствует ситуации, когда β = 0. Сплошная линия (——) на рис. 4 соответствует графику зависимости $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}(\omega)$; точечная линия (·······) соответствует графику $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}(\omega)$. Параметры системы, в целом, приведены также на рис. 4.

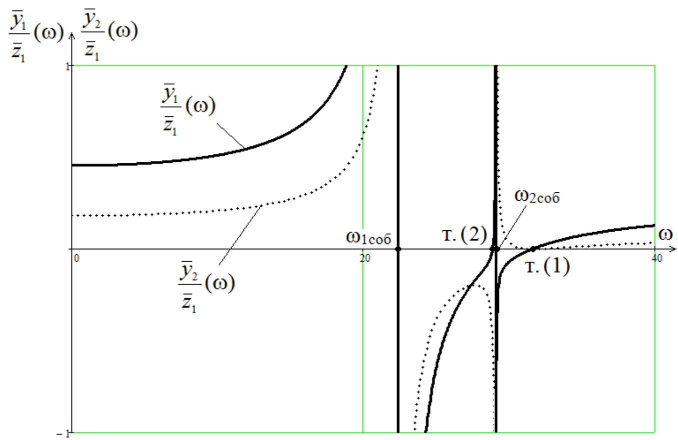


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики системы для параметров, определяемых т. (1) на рис. 3

В т. (1) на рис. 4 определяется частота режима динамического гашения колебаний, когда значение координат $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ одновременно «обнуляется».

По координате $\bar{y}_1$, соответствующей графику $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}(\omega)$ в т. (2) (рис. 4), возможна реализация еще одного режима динамического гашения колебаний. При этом амплитудно-частотные характеристики отражают свойства систем с двумя степенями свободы. По координате $\bar{y}_1$, как это следует из АЧХ, возможна реализация двух режимов динамического гашения колебаний в тт. (1) и (2). Для АЧХ, соответствующей координате $\bar{y}_2$, также возможна ситуация создания двух режимов динамического гашения колебаний при двойном пересечении графика $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}(\omega)$ линией абсцисс после частоты собственных колебаний $\omega^2_{2\,\text{соб}}$. Таким образом, при невырожденной АЧХ по каждой из координат $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ могут быть реализованы по два режима динамического гашения колебаний; при этом на одной из частот происходит одновременное динамическое гашение колебаний по двум координатам.

2. На рис. 5 приведены АЧХ системы при $\beta = -\frac{1}{2}$, из которых следует, что при определенных соотношениях параметров становится возможной структурная перестройка системы, когда одна степень свободы деградирует. В этом случае по каждой из координат $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ (точки (1) и (2) на рис. 5) возможна реализация режимов динамического гашения колебаний, но это происходит при «деградации» системы; при условиях, когда $\omega \to \infty$ АЧХ приобретают предельные свойства.

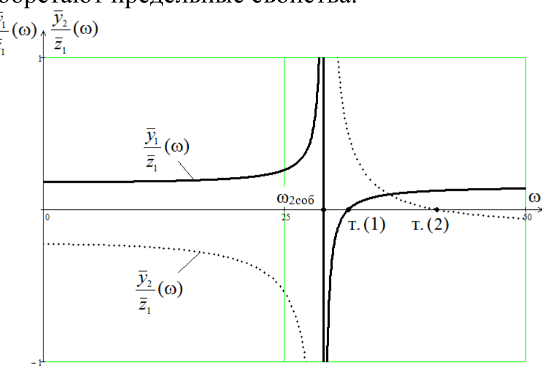


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики системы при $\beta = -\frac{1}{2}$, соответствующие т. (3) на рис. 3

3. На рис. 6 приведены АЧХ системы при $\beta = \frac{1}{34}$, что соответствует т. (2) на рис. 3. Для данного состояния системы, определяемого значениями ее параметров, также характерно структурное преобразование системы, которая «деградирует» до статуса системы с одной степенью свободы. В целом для системы по каждой из координат возможна реализация режимов динамического гашения колебаний, что соответствует т. (1) и т. (2) на графиках, приведенных на рис. 6.

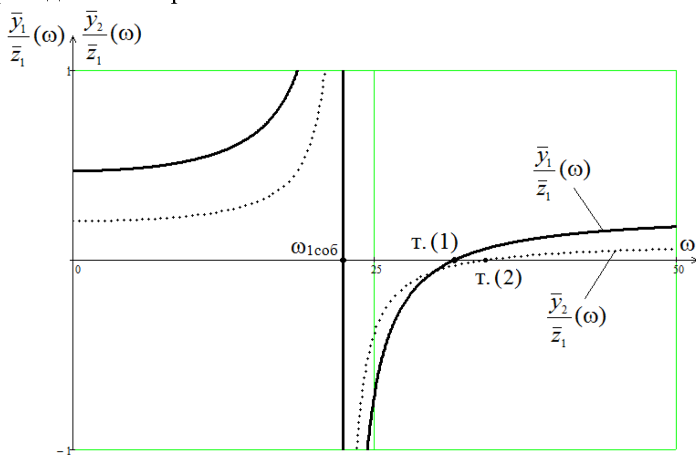


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики системы при $\beta = \frac{1}{34}$, соответствующие т. (2) на рис. 3

В области высоких частот ($\omega \to \infty$) система приобретает предельные свойства; при этом, по сравнению с предыдущем примером, когда $\beta = -\frac{1}{2}$, при $\beta = \frac{1}{34}$ отношения амплитуд колебаний будет иметь другой знак. Следовательно, изменения параметров системы при одновременном действии двух сил могут существенным образом изменять динамические свойства механических колебательных систем.

Заключение. Одновременное действие внешних возмущений при наличии в системе дополнительных связей, реализуемых УПД при кинематическом возмущении, может оказывать существенное влияние на изменение динамических свойств механических колебательных систем с несколькими степенями свободы. Итак, авторами в настоящей работе получены следующие научные результаты:

1. предложен метод построения математических моделей на основе использования методов структурного математического моделирования, в рамках которого механической колебательной системе сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении система автоматического управления;

2. предложена методика построения частотных диаграмм, обеспечивающих возможности интегральной оценки взаимозависимости частотных характеристик при изменениях параметров системы и условий их возмущения при различных силовых факторах;

3. получены аналитические условия возможности реализации режимов динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам при действии двух возмущающих факторов, связанных между собой;

4. предложены возможности управления структурными состояниями, когда исходная механическая колебательная система может изменять число степеней свободы и систему своих динамических свойств.

Библиографический список

1. Елисеев, С. В. Динамические гасители колебаний / С. В. Елисеев, Г. П. Нерубенко. — Новосибирск : Наука, 1982. — 142 с.

2. Коренев, Б. Г. Динамические гасители колебаний : теория и технические приложения / Б. Г. Коренев, Л. М. Резников. — Москва : Наука, 1988. — 304 с.

3. Елисеев, С. В. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования / С. В. Елисеев, А. П. Хоменко. — Новосибирск : Наука, 2014. — 357 с.

4. Карамышкин, В. В. Динамическое гашение колебаний / В. В. Карамышкин. — Ленинград : Машиностроение, 1988. — 108 с.

5. Вибрации в технике / под ред. В. Н. Челомей. — Москва : Машиностроение, 1981. — 456 с.

6. Harris C.M. Shock and Vibration Handbook / C. M. Harris, A. G. Piersol. — New York: McGraw — Hill Book Co, 2002. — 1457 p.

7. Елисеев, С. В. Математические модели механических систем с г-образными динамическими гасителями / С. В. Елисеев, С. В. Белокобыльский // Математика, ее приложения и математическое образование : материалы IV междунар. конф. — Улан-Удэ, 2011. — С. 150–155.

8. Елисеев, С. В. Т-образные рычажные механизмы в теории транспортной вибрационной защиты / С. В. Елисеев, А. И. Артюнин, Е. В. Каимов // Кулагинские чтения : материалы XIV междунар. науч.-практ. конф. — Чита, 2014. — С. 298–305.

9. Елисеев, С. В. Некоторые возможности динамического гашения колебаний в системах с несколькими степенями свободы / С. В. Елисеев, В. Б. Кашуба, А. В. Николаев, К. Ч. Выонг // Вестник Брянск. гос. техн. ун-та. – 2017. — № 1 (54). — С. 290–301.

10. Ильинский, В. С. Защита аппаратов от динамических воздействий / В. С. Ильинский. — Москва : Энергия, 1970. — 320 с.

11. Елисеев, С. В. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем / С. В. Елисеев, А. И. Артюнин. — Новосибирск : Наука, 2016. — 459 с.

12. Елисеев, С. В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев, Ю. Н. Резник, А. П. Хоменко, А. А. Засядко. — Иркутск : изд-во ИГУ, 2008. — 523 с.

13. Елисеев, С. В. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем / С. В. Елисеев, Ю. Н. Резник, А. П. Хоменко. — Новосибирск : Наука, 2011. — 384 с.

Поступила в редакцию 01.11.2018
Сдана в редакцию 01.11.2018
Запланирована в номер 15.01.2019

Received 01.11.2018
Submitted 01.11.2018
Scheduled in the issue 15.01.2019

Об авторах:

Елисеев Сергей Викторович,
Директор-главный научный сотрудник НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования Иркутского государственного университета путей сообщения (РФ, 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6876-8786
eliseev_s@inbox.ru

Миронов Артем Сергеевич,
Соискатель НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования Иркутского государственного университета путей сообщения (РФ, 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15),
ORCID : https://orcid.org/0000-0002-0921-0915
art.s.mironov@mail.ru

Выонг Куанг Чык,
аспирант Иркутского государственного университета путей сообщения (РФ, 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3026-5301
trucvq1990@gmail.com

Authors:

Eliseev, Sergey V.,
Director - Chief Research Scholar, REC of High Technologies, System Analysis and Modeling, Irkutsk State Railway Transport Engineering University (15, ul. Chernyshevskogo, Irkutsk, 664074, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6876-8786
eliseev_s@inbox.ru

Mironov, Artem S.,
EdD Candidate, REC of High Technologies, System Analysis and Modeling, Irkutsk State Railway Transport Engineering University (15, ul. Chernyshevskogo, Irkutsk, 664074, RF),
ORCID : https://orcid.org/0000-0002-0921-0915
art.s.mironov@mail.ru

Quang Truc Vuong,
postgraduate student, REC of High Technologies, System Analysis and Modeling, Irkutsk State Railway Transport Engineering University (15, ul. Chernyshevskogo, Irkutsk, 664074, RF),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3026-5301
trucvq1990@gmail.com